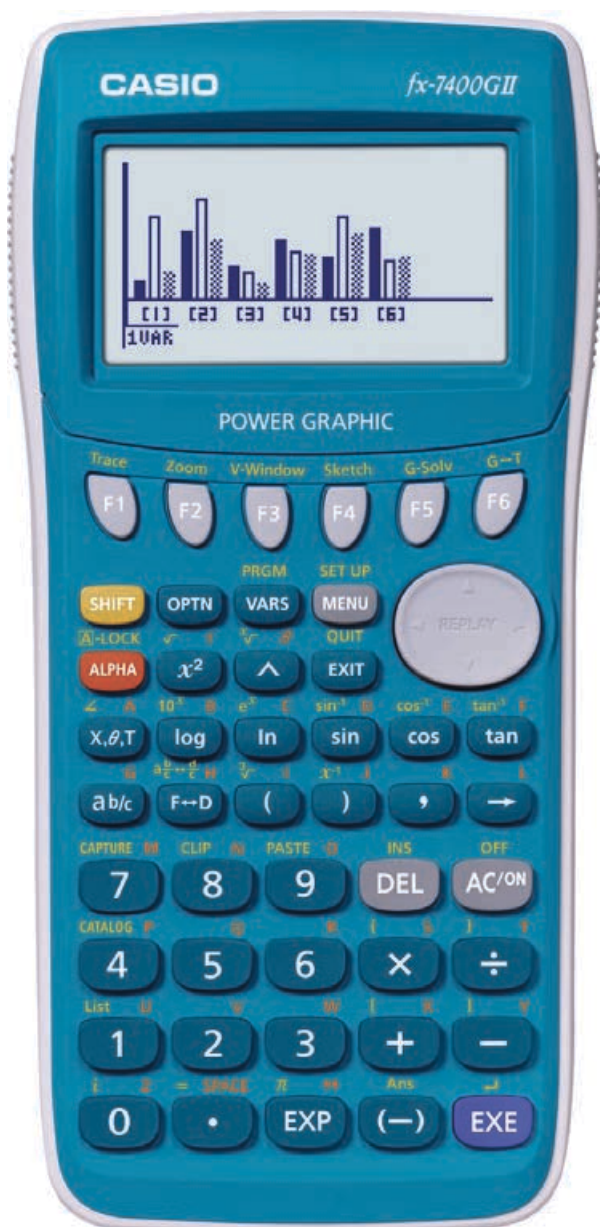




## Arena for skandinaviske realfaglærere



### Casio släpper en ny grafräknare: FX-7400GII

Den nya räknaren  
FX-7400GII har de  
viktigaste funktionerna för  
gymnasiematematiken  
och är lika intuitiv och  
lätthanterlig som övriga  
grafräknare från Casio.

Intressanta och  
användbara  
programmeringsuppgifter  
för alla  
Casios grafräknare.

Fysiktävling för åk  
5 och 6.

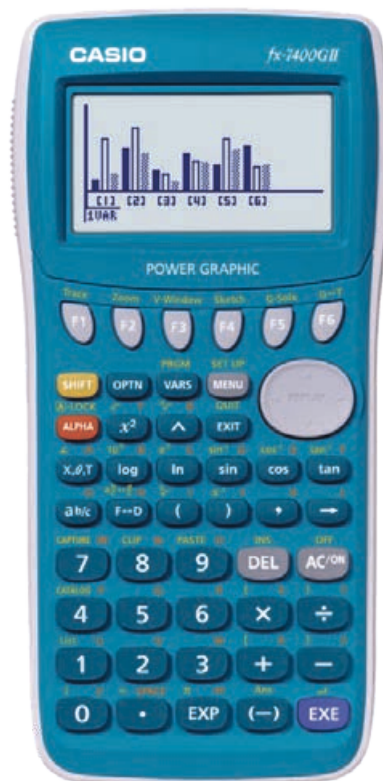
Lösningförslag på olika nationella provuppgifter i matematik  
med Casios grafräknare.

## Casio släpper en ny grafräknare: FX-7400GII

Den nya räknaren FX-7400GII har de viktigaste funktionerna för gymnasiematematiken och är lika intuitiv och lätthanterlig som övriga grafräknare från Casio. FX-7400GII har även det välbekanta ikonmenysystemet som kännetecknar Casios grafräknare.

Nedan är några exempel på funktioner:

- Ekvationslösning
- Löser linjära ekvationssystem
- Värdetabell
- Grafitning
- Visar och beräknar nollställen, maximi- och minimipunkter och skärningspunkter.
- Zoom-funktioner av grafer
- Bestämmer och visar tangenten och normalen samt deras ekvationer
- Numerisk differential- och integralberäkning
- Listbaserad statistik
- Cirkel- och stapeldiagram
- Regressionsberäkning
- Komplexa tal
- Funktion för SGD och MGN-beräkning
- Slumpmässig heltalsgenerator
- Enhetsomvandling
- Programmering



**Vill du vara säker på att ha ett exemplar av FX-7400GII till skolstarten 2014?**

**Beställ ditt lärarexemplar redan i dag för endast 195 kr exklusive moms.**

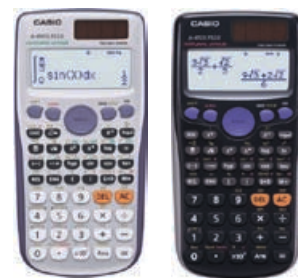
**Kontakta Viweka Palm på Casio på telefonnummer: 08-442 70 25 eller e-postadress: [viweka.palm@casio.se](mailto:viweka.palm@casio.se)**

## Fysiktävling för åk 5 och 6 vid Stockholms universitet

Fysikinstitutionen vid Stockholms universitet, Fysikum, har flera arrangemang riktade till grund- och gymnasieskolan. Bland annat arrangerar vi i november varje år en fysiktävling för elever i årskurs 5 och 6 i grundskolan där elever med enkla medel ska presentera och förklarara ett fysikaliskt fenomen. Lagen som består av 2-5 deltagare kommer till Fysikum och presenterar fysikdemonstrationerna för varandra och en jury.

Oftast utför de ett experiment, men det förekommer också mindre skådespel och modellbyggen. Den 20 november 2013 var det tredje gången tävlingen arrangerades och nitton lag från sju olika skolor i Stockholmsregionen deltog.

Alla elever var väldigt duktiga både med att utföra sina demonstrationer och att nyfiket lyssna på varandras bidrag. Medan juryn överlade fick barnen delta i aktiviteter på Fysikum och Vetenskapens hus. Dagen avslutades med prisutdelning där de vinnande lagen fick fina priser, bland annat de tekniska räknarna fx-85ES PLUS och fx-991ES PLUS från CASIO.



Förstapris i tävlingen vann ett lag från Vittraskolan i Vallentuna med juryns motivering "För estetiskt tilltalande, energiskt framförd och fysikaliskt korrekt demonstration och förklaring av hur molnbildning går till". De vinnande bidragen finns alla att se på tävlingens hemsida ([http://www.fysik.su.se/skolor\\_allmanhet/fysiktavling](http://www.fysik.su.se/skolor_allmanhet/fysiktavling)). Tävlingen popularitet har ökat för varje år och nästa gång hoppas vi locka ännu fler klasser att delta.

**Fredrik Hellberg, Fysikum**

## Lösningsförslag med Casios grafräknare på olika nationella provuppgifter i matematik där digitala verktyg är tillåtna.

Bilderna är hämtade från fx-7400GII men uppgifterna går givetvis att lösa lika enkelt med de andra grafräknarna fx-9750GII, fx-9860GII och fx-CG20.

### Från NpMa 2a ht 2013, uppgift 16, delprov D

16. Anna och Stina köper lördagsgodis. Anna köper 4 klubbor och 12 kolor och betalar 32 kronor. Stina köper 2 klubbor och 4 kolor och betalar 13 kronor.

- Vad kostar en klubba respektive en kola? undrar Anna.
- Det kan vi ta reda på genom att lösa ett ekvationssystem, säger Stina.

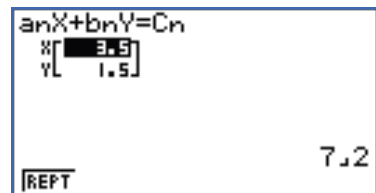
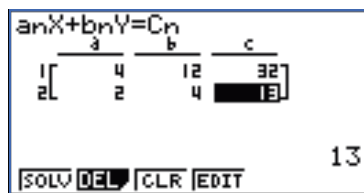
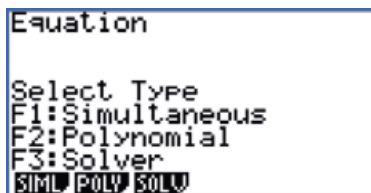
Stina tecknar följande ekvationssystem:

$$\begin{cases} 4x+12y=32 \\ 2x+4y=13 \end{cases}$$

- a) Vad betyder  $x$  respektive  $y$  i detta sammanhang? (1/0/0)
- b) Lös ekvationssystemet och bestäm vad en klubba respektive en kola kostar. (2/0/0)



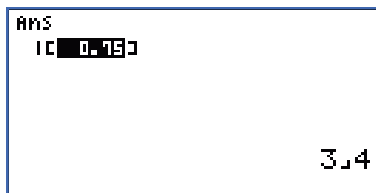
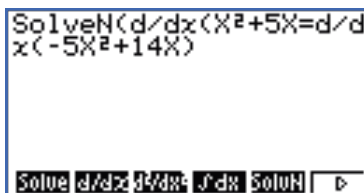
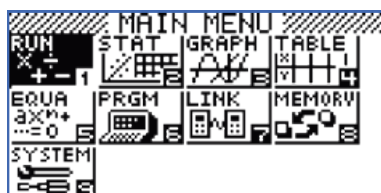
För att beräkna uppgift 16b, kan man använda sig av grafräknarens ekvationsprogram **Equa alt Equation**. I ekvationsprogrammet väljer man att arbeta med linjära ekvationssystem (Simultaneous) och väl där räcker det sedan att lägga in antalet obekanta. Se bilderna nedan:



### Från NpMa 3b och 3c ht 2012, uppgift 17, delprov D

17. Bestäm det värde på  $x$  där derivatan till  $f(x) = x^2 + 5x$  är lika med derivatan till  $g(x) = -5x^2 + 14x$  (2/0/0)

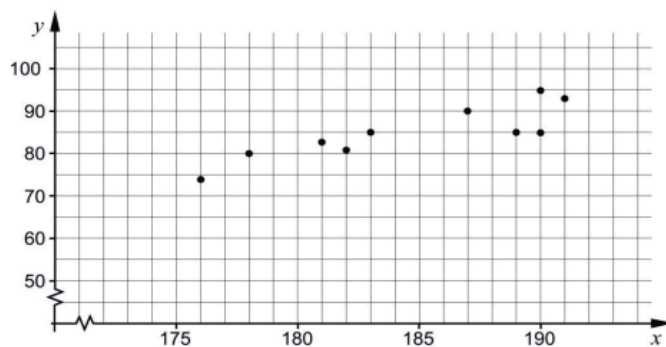
Här kan man använda kommandot SolveN som används för att lösa polynomekvationer och därefter  $(d/dx)$  som används för beräkning av derivatan. Se bilderna nedan:



## Från NpMa 2b och 2c vt 2012, uppgift 22, delprov D

22. I tabellen och diagrammet visas längd och vikt för tio män från samma arbetsplats.

Namn	Längd (cm)	Vikt (kg)
Anders	187	90
Leif	183	85
Göte	190	85
Bengt	189	85
Per	190	95
Stig	191	93
Lennart	176	74
Torgny	182	81
Bertil	181	83
Ingemar	178	80



- a) Bestäm ett linjärt samband mellan vikten  $y$  kg och längden  $x$  cm. (0/1/0)
- b) Utgå från det linjära samband du bestämde i a). Tolka vad riktningskoefficienten betyder i detta sammanhang. (0/0/2)

För bestämning av ett linjärt samband mellan vikten och längden ska vi använda oss av grafräknarens statistikprogram och den smidiga listhanteringen. Här kan man plotta punkterna och sedan beräkna den linjära regressionen.

Gå in i statistikprogrammet och lägg in alla längder i en ledig lista och de tillhörande vikterna i annan lista. Därefter ska man välja vilken typ av plottning man vill ha. Vi väljer här *Scatter*.

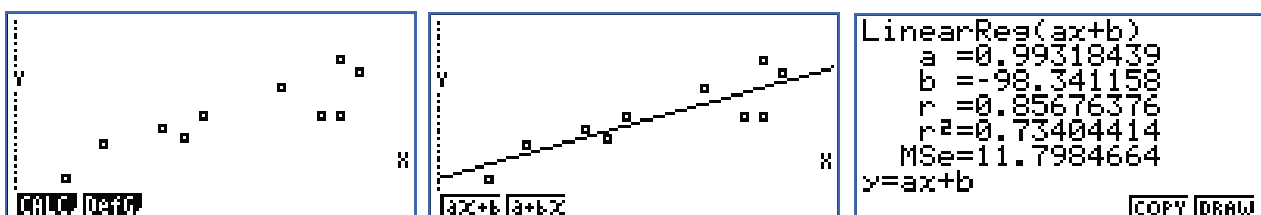
	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB				
1	187	90		
2	183	85		
3	190	85		
4	189	85		
				90

GP1 GP2 GP3 SEL SET

StatGraph1	
Graph Type	: Scatter
XList	: List1
YList	: List2
Frequency	: 1
Mark Type	: □

Scat XY NPP Pie D

Plottning av punkterna. Nu kan man studera punkterna och sedan enkelt få den linjära regressionen med hjälp av grafräknaren.



## PROGRAMMERA MED CASIOS GRAFRÄKNARE

**Bjørn Bjørneng** (se bild till höger) är en av CASIONYTTs redaktörer och har nyligen sammanställt ett häfte om programmering på Casios grafräknare som både lärare och elever kan använda. I häftet visas flera exempel på hur man kan använda programmering till att lösa olika intressanta matematiska utmaningar. Några av programmen är gjorda av hans tidigare elever, och andra på beställning från lärare i Sverige. I den här upplagan av CasioNytt har vi två exempel från detta häfte varav ena exemplet visar hur man med hjälp av programmering på grafräknaren kan arbeta med differentialekvationer och rita upp riktningsfält samt ett annat exempel på hur man kan arbeta med Newton Raphsons metod.

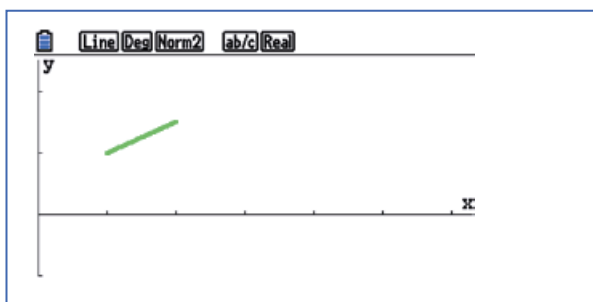
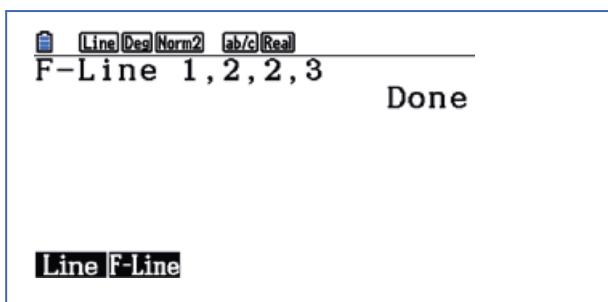


## DIFFERENTIALEKVATIONER OCH RIKTNINGSFÄLT

### Av Bjørn Bjørneng

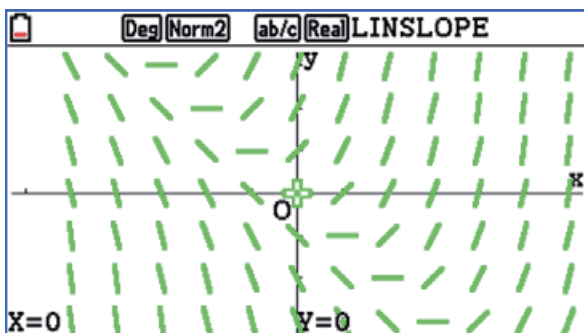
Ett riktningsfält är en grafisk lösning på en differentialekvation. På avancerade räknare som till exempel CLASSPAD FX-CP400 gör man detta med menyvalet DiffEq-graph. För Casios grafräknare fx-CG20, fx-9860GII, fx-9750GII och fx-7400GII kan vi rita upp riktningsfält med hjälp av programmering. Här kallar vi vårt program LINSLOPE och som exempel väljer vi differentialekvationen:  $y' = x + y$ ,  $x+y \rightarrow D$

Man kan lösa andra differentialekvationer genom att endast byta  $x+y$  på rad 11. Programmet använder kommandot F-Line. I RUN-mode : SHIFT F4, F6, F2 och F2. Kommandot F-line genererar ett linjestycke mellan två punkter: till exempel från (1,2) till (2,3)



```
Filename:LINSLOPE|
-4→Y↵
ViewWindow -6.3,6.3,1,-3.3,3.3,1↵
Lbl 1↵
1+Y→Y↵
Y>5⇒Goto 3↵
-6→X↵
Lbl 2↵
X+1→X↵
X>6⇒Goto 1↵
X+Y→D↵
tan-1 D→A↵
F-Line X-0.3cos A,Y-0.3sin A,X+0.3cos A,Y+0.3sin A↵
Goto 2↵
Lbl 3↵
Plot 0,0↵
```

När vi kör programmet får vi ett riktningsfält där x varierar mellan -6 och 6 och y mellan -3 och 3.



Utmaning:  
 Vad händer när  $x+y = 0$  ?  
 $y = -x$  är  $y' = 0$   
 och när  $y = -x-1$  är  $y' = -1$

I programmet kan vi sätta in andra  
 differentialekvationer  
 till exempel  $y-x \rightarrow D$

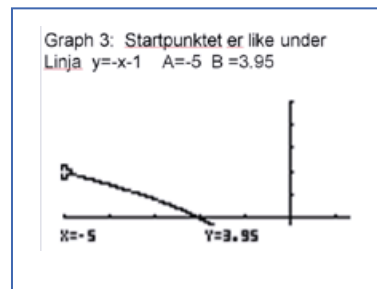
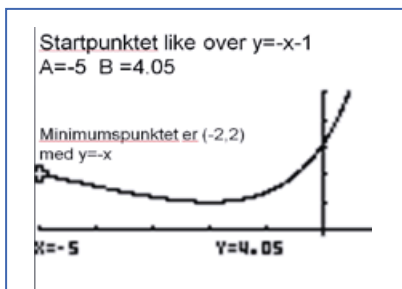
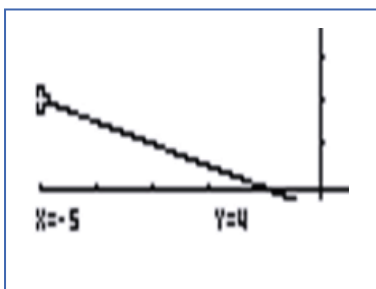
Vi kan också bestämma en graf som uppfyller differentialekvationen:  $y' = x + y$  genom att använda PLOT. Vi behöver en startpunkt (A,B) som grafen ska gå igenom.  
 Programmet:

```

Filename:DIFFGRAPH
"STARTPOINT (A,B)"↵
"A ="?→A:"B ="?→B↵
ViewWindow A,A+6.3,1,B-8,B+8,2↵
A→X:B→Y↵
Lbl 1↵
Plot X,Y↵
X>A+6⇒Goto 2↵
X+Y→D↵
X+0.01→X↵
Y+0.01D→Y↵
Goto 1↵
Lbl 2↵
Plot A,B↵
  
```

Vi får olika grafer beroende på  
 startpunkten (A,B).  
 När x ökar med 0,01 vill y öka med  
 $0,01xD$ .

Vi väljer startpunkt (-5,4), (-5,4.05) och  
 (5, 3.95)



## Testa fx-CG20 eller fx-9750GII med din klass i några veckor:

Nu har du chansen att kostnadsfritt testa och prova på hur det är att arbeta med Casios grafräknare, fx-9750GII eller fx-CG20, tillsammans med din klass.

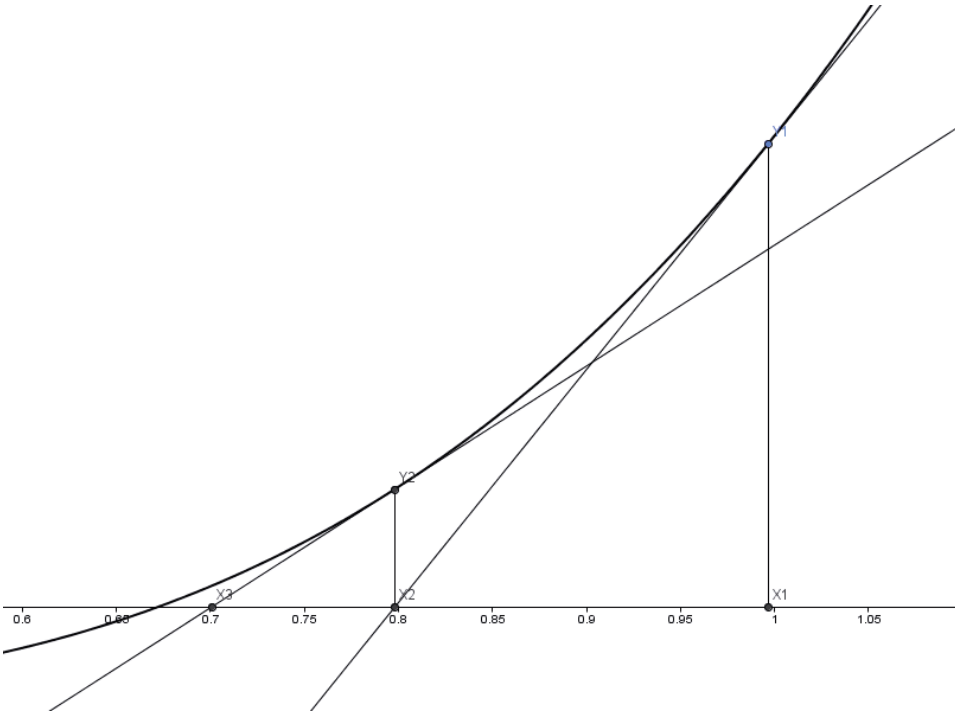
Kontakta Viweka Palm på Casio för att boka en klasspuppsättning av valfri räknare.

E-postadress: [viweka.palm@casio.se](mailto:viweka.palm@casio.se)  
 Telefonnummer: 08-442 70 25



## NEWTON RAPHSONs metod för bestämning av rötter ( $f(x) = 0$ ) för deriverbara funktioner.

På grafen till  $f$  har vi punkten  $(X_1, f(X_1))$ ;  $f(X_1) = Y_1$ . Vi drar en tangent i punkten och tangenten skär x-axeln i  $(X_2, 0)$  och tangentens lutning ges av  $f'(X_1)$ . Nu drar vi en tangent i  $(X_2, f(X_2))$  och den tangenten skär x-axeln i  $X_3$  och nästa tangent blir i  $(X_3, f(X_3))$  osv.



$$\frac{Y_1}{X_1 - X_2} = f'(X_1); Y_1 = f'(X_1)X_1 - f'(X_1)X_2 \Rightarrow X_2 = X_1 - \frac{Y_1}{f'(X_1)}$$

När  $X_1$  är känt ges  $X_2$  av:

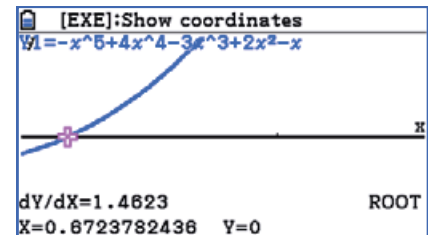
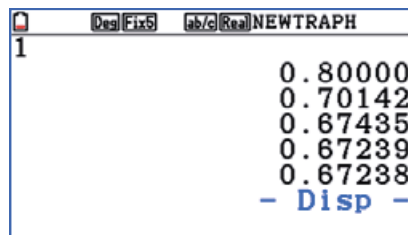
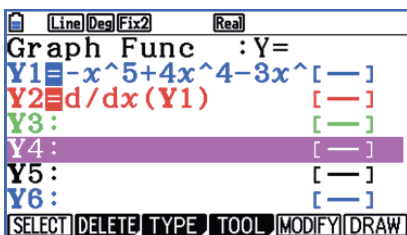
```
Filename: NEWTRAPH
"SETT INN STARTVERDI": ? → X ↵
Lbl 1 ↵
X - Y1 ÷ Y2 → X ↵
Abs (Y1) < 0.000001 → Goto 2 ↵
Goto 1 ↵
Lbl 2 ↵
"NULLPKT": X ↵
```

I GRAPH-mode placeras funktionen i  $Y_1$  och den deriverade funktionen i  $Y_2$ . För ett givet  $X$  är då  $Y_1$  funktionsvärdet och  $Y_2$  tangentens lutning i punkten  $(X, f(X))$ . Nästa  $X$  ges då av:

$$X - \frac{Y_1}{Y_2} \rightarrow X$$

Detta går i en slinga tills  $Y_1$  är tillräckligt liten.

Vi väljer  $Y_1 = -X^5 + 4X^4 - 3X^3 + 2X^2 - X$  och låter  $X = 1$  vara första närmevärdet



Naturligtvis använder vi G-solve och ROOT i GRAPH-mode när vi ska bestämma nollställena men programmet demonstrerar tydligt den geniale metoden till Newton och Raphson, som båda två levde på 1600-talet.

**Casio har en ny svensk webbsida för lärare, elever och föräldrar:**

- Elever får tillgång till information och möjlighet att jämföra olika räknare samt länkar för att kunna ladda ned testversioner av räknarnas programvaror.
- Föräldrar kan få grundläggande information om olika skolräknare och skillnaderna mellan tekniska räknare, grafräknare och symbolhanterande räknare.
- Lärare får förslag på grupparbeten och forskning, undervisningsmaterial, provlösningar lösta med symbolhanterande räknare, möjligheter att boka workshops i skolan etc.

Webbsidan hittar du på: [www.casio-skolraeknare.se](http://www.casio-skolraeknare.se)

## KURSPAKKER!

Vi tar imot  
utfordringer.....



### Casio Scandinavia AS

Hillerenveien 82  
5174 Mathopen

Tlf: +47 55 19 79 90  
Fax: +47 55 19 79 91  
Mob: +47 992 12 396

E-post: [kjell.skajaa@casio.no](mailto:kjell.skajaa@casio.no)



### Casio Scandinavia AS

Heliosgatan 26  
SE-120 30 Stockholm

Tel: +46-08-442 70 20  
Fax: +46-08-442 70 30  
Mob: +46 (0)727 41 30 53

E-post: [viweka.palm@casio.se](mailto:viweka.palm@casio.se)



### Povl Klitgaard & Co Aps

Lauretsvej 21  
DK-2880 Bagsværd  
Danmark

Telefon: 4444 0885  
Fax: 4449 0185

E-post: [service@p-klitgard.dk](mailto:service@p-klitgard.dk)

# CASIO.

Casio Scandinavia AS

ISSN: 1890-3339

### Casionytt blir utgitt av:

#### Casio Scandinavia AS

Hillerenveien 82  
5174 Mathopen

Tlf. +47 55 19 79 90  
Fax. +47 55 19 79 91

#### I redaksjonen:

Kjell Skajaa [kjell.skajaa@casio.no](mailto:kjell.skajaa@casio.no)  
Tor Andersen [tora1@online.no](mailto:tora1@online.no)  
Bjørn L. Bjørneng [bbjoern4@online.no](mailto:bbjoern4@online.no)